

In Computational Mechanics sollt' nie zum
Augenblick man sagen: Verweile doch! du
bist so schön!

Mang, Herbert A.

Veröffentlicht in:
Jahrbuch 2007 der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.187-216



J. Cramer Verlag, Braunschweig

In Computational Mechanics sollt' nie zum Augenblick man sagen: Verweile doch! du bist so schön!*

HERBERT A. MANG

Technische Universität Wien
Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen
Karlsplatz 13/202, A-1040 Wien

Sehr geehrter Herr Oberbürgermeister,
sehr geehrter Herr Präsident,
sehr geehrter Herr Vorsitzender der Klasse der Ingenieurwissenschaften,
meine sehr geehrten Damen und Herren!

1. Einleitung

„Werd' ich zum Augenblicke sagen: Verweile doch! du bist so schön!“ „Dann“, so Faust weiters zu Mephistopheles bei der Besiegelung des Pakts mit ihm (Abb. 1), „bist du deines Dienstes frei, Die Uhr mag stehn, der Zeiger fallen, Es sei die Zeit für mich vorbei!“ Zum Verweilen lädt der Momentanzustand in der Rechnerunterstützten Numerischen Mechanik – auch in deutschsprachigen Fachkreisen mit Computational Mechanics bezeichnet – angesichts der diesem Wissensgebiet innewohnenden großen Dynamik wahrlich nicht ein, wohl aber zu fortgesetzt strebendem Bemüh'n, das, wie Johann Wolfgang von Goethe im zweiten Teil der Fausttragödie die Engel sagen lässt, Erlösung verheißt.

Der Titel des Vortrags und der Namensgeber der mir verliehenen Medaille lassen einen Kurzkomentar zum Verhältnis des Dichterfürsten Goethe zum *Princeps mathematicorum* Gauß angezeigt erscheinen.

Die beiden sind einander nie begegnet. Man mutmaßt, dass Gauß an einer solchen Begegnung deshalb nicht interessiert war, weil er Goethes Farbenlehre mangels ausreichender naturwissenschaftlicher Fundierung ablehnte, einem Disput mit Goethe jedoch aus dem Weg gehen wollte. Das mag Goethe dazu veranlasst haben, in seiner Bühnenbearbeitung von Kotzebues Lustspiel „Die

* Der Vortrag wurde anlässlich der Verleihung der Gauß-Medaille durch die Braunschweigische Wissenschaftliche Gesellschaft am 04. Mai 2007 gehalten.



Abb. 1: Faust: Der Tragödie erster Teil, Studierzimmer (2); Besiegelung des Pakts mit Mephistoteles.

Bestohlenen“ im Ausspruch „Mögt Ihr gelehrt sein wie ein Leibniz oder Gauß“, den Namen Gauß durchzustreichen und durch Kant zu ersetzen (Abb. 2).

Bleiben wir bei Gauß! 1842 schrieb der deutsche Astronom Heinrich Christian Schumacher im Zusammenhang mit einer möglichen Berufung von Gauß an die Universität Wien an ihn:

„Allgemein hörte ich, daß die schon oft unter Discussion gewesene Idee, eine Gesellschaft der Wissenschaften zu errichten, jetzt wieder ernstlich berathen wird. Wenn man Sie jetzt wirklich nach Wien zu ziehen sucht, so glaube ich, daß man Sie zur Errichtung und Präsidentur dieser Gesellschaft wünscht.“

Nach nahezu 150jähriger wechselhafter Vorgeschichte wurde diese Gesellschaft 1847 in Form der „Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien“ tatsächlich gegründet (Abb. 3).

In der Einladung zur Feierlichen Eröffnungssitzung am 2. Februar 1848 findet sich der Hinweis auf die „Gegenwart des allerhöchsten Hofes“ (Abb. 4), darunter Erzherzog Franz, der, auf den Tag genau zehn Monate später, nach der Abdankung seines Onkels Ferdinand I., als Kaiser Franz Josef I. den Thron bestieg.

Dichterfürst**Princeps mathematicorum**

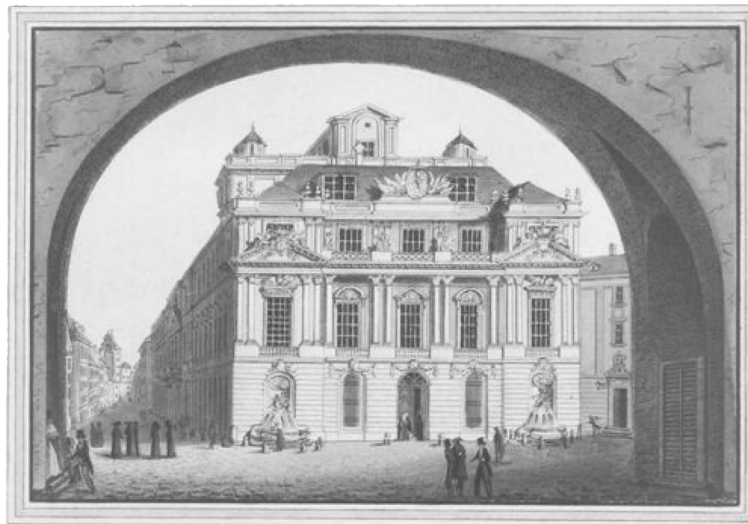
J.W. v. Goethe
(1749 – 1832)



C.F. Gauß
(1777 – 1855)

Kant
 „Mögt Ihr gelehrt sein wie ein Leibniz oder ~~Gauß~~“
 (in Goethes Bühnenbearbeitung von Kotzebues Lustspiel
 „Die Bestohlenen“)

Abb. 2: Goethe und Gauß.



Tranquillo Mollo, Gebäude der Alten Universität vom Bogen
 Bäckerstraße aus um 1825, Radierung koloriert, Privatbesitz

Abb. 3: Kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien.



Abb. 4: Einladung zur Feierlichen Eröffnungs-Sitzung der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien im Jahre 1848.

In der erwähnten Sitzung wurde die Wahl von Carl Friedrich Gauß zum Ehrenmitglied der neu gegründeten Akademie verkündet.

In seinem Dankbrief vom 31. März 1848 geht Gauß unter anderem auch auf die Märzrevolution in diesem Jahr ein. „Es ist nicht möglich“, schreibt er, „in Gedanken die Epoche, wo die neue Akademie eröffnet ist, von der welthistorischen Aera zu trennen, die fast unmittelbar darauf für den Kaiserstaat wie für ganz Deutschland in den inneren wie in den äußeren Verhältnissen begonnen hat“ (Abb. 5).

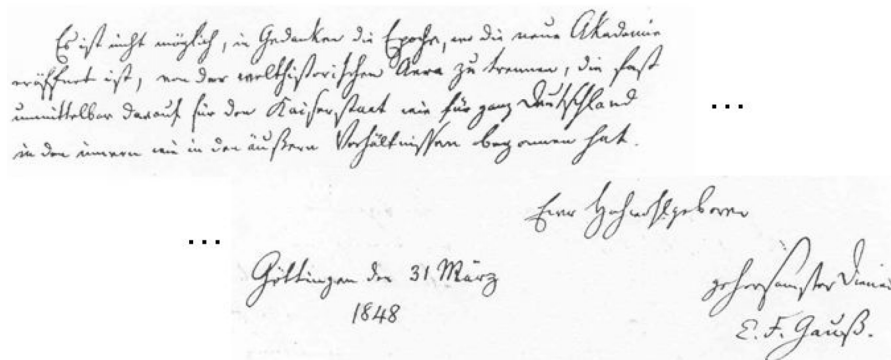


Abb. 5: Dankbrief von Gauß nach seiner Wahl zum Ehrenmitglied der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien.

Gauß hat bedeutende Grundsteine zum Wissensgebäude von Computational Mechanics gesetzt. Worum, meine sehr geehrten Damen und Herren, geht es bei diesem Wissensgebiet eigentlich? Beginnen wir mit einer Definition des Begriffes „Mechanik“. Laut Meyers Enzyklopädischem Lexikon ist die Mechanik ein grundlegendes Teilgebiet der Physik, das sich mit der Bewegung von Körpern befasst, die unter dem Einfluss äußerer Kräfte oder gegenseitiger Wechselwirkungskräfte stehen. Der Sonderfall der Ruhe ist darin eingeschlossen. Er umfasst u.a. das für die Ingenieurwissenschaften wichtige Teilgebiet der Statik. Die Mechanik baut ihr Lehrgebäude mit Hilfe der Mathematik auf Erfahrungssätzen – Naturgesetzen – auf, die axiomatischen Charakter aufweisen. Das Adjektiv „computational“ bezieht sich auf Rechengvorgänge, die nach bestimmten, sich wiederholenden Schemata ablaufen, also auf Algorithmen. Der große Bedeutungszuwachs von Algorithmen in der jüngeren und jüngsten Geschichte der Mechanik ist eine Folge des sehr stark gestiegenen und ständig weiter steigenden Einsatzes von Rechenautomaten.

Wenn das Hauptwort „mechanics“ die Grundlagenorientierung ausdrückt und das Eigenschaftswort „computational“ die Methodik charakterisiert, dann stellt Computational Mechanics angesichts von Anwendungsgebieten wie Bauwesen, Maschinenbau, Bio- und Medizintechnik und Geotechnik eine grundlagenorientierte Ingenieurwissenschaft mit starkem methodischem Bezug dar.

Den Schwerpunkt meines Vortrags bildet die rechnerische Quantifizierung von Material- und/oder Strukturversagen im Bauwesen. Das entspricht der neuen Bezeichnung meiner Wirkungsstätte an der Technischen Universität Wien mit Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen (Abb. 6).



Institut für **inws**
Mechanik der
Werkstoffe und Strukturen

Technische Universität Wien
 Hauptgebäude
 (errichtet 1812-1815)

Bezeichnung des ehemaligen
 Institutes für Festigkeitslehre
 ab 1.10.2004

Abb. 6: Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen der Technischen Universität Wien.

Der neue Name des alten Instituts für Festigkeitslehre trägt dem Paradigmenwechsel in einem traditionellen Fach der Ausbildung zu Ingenieuren des Bauwesens und des Maschinenbaus Rechnung.

2. Wegbereiter von Computational Mechanics

Aus der großen Anzahl indirekter und direkter Wegbereiter der Rechnerunterstützten Numerischen Mechanik können hier nur einige wenige namentlich angeführt werden (Abb. 7).

Beginnen möchte ich mit Gottfried Wilhelm Leibniz, einem Begründer der Infinitesimalrechnung, der in der Mathematik überdies das Dualsystem einführte, das über die Darstellung von Zahlen auf Elektronenrechnern hinaus für die gesamte Informationstheorie bis hin zur digitalen Informationsübertragung fundamentale Bedeutung erlangte.

Carl Friedrich Gauß wurde bereits Reverenz erwiesen. Indirekter Wegbereiter von Computational Mechanics ist er unter anderem wegen seiner fundamentalen Beiträge zur numerischen Integration und zur Lösung linearer Gleichungssysteme.

Karl Zuse entwickelte bereits als Bauingenieurstudent an der Technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg ab 1934 die Grundkonzeption für eine programmgesteuerte Rechenmaschine und begann 1936 mit dem Bau von Versuchsmodellen. 1941 vollendete er mit der Z3 in Relais-technik das erste programmgesteuerte Rechenggerät der Welt.



G.W. Leibniz

(1646-1716)
Begründer der
Infinitesimalrechnung
und des
Binärzahlensystems



C.F. Gauß

(1777-1855)
wesentliche Beiträge
u.a. zur numerischen
Integration und zur
Lösung linearer
Gleichungssysteme



K. Zuse

(1910-1995)
Pionier von
Entwicklung und Bau
programmgesteuerter
Rechenmaschinen



R.W. Clough

(* 1920)
Pionier der Finite-
Elemente-Methode

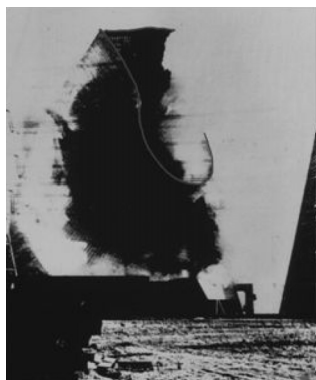
Abb. 7: Wegbereiter der Rechnerunterstützten Numerischen Mechanik.

Mit Ray W. Clough sei schließlich ein noch lebender amerikanischer Pionier der Finite-Elemente-Methode genannt, eines Verfahrens, das die Rechnerunterstützte Numerische Mechanik beherrscht und auf das ich noch zu sprechen kommen werde. Als Professor an der University of California at Berkeley veröffentlichte er zusammen mit drei weiteren Autoren vor etwas mehr als einem halben Jahrhundert einen grundlegenden Aufsatz über diese Methode, ohne sie zunächst so zu bezeichnen.

3. Beispiele von Material- und/oder Strukturversagen

Wenn ich als mögliche Einsatzgebiete dieser Methode im Folgenden einige Beispiele von Material- und/oder Strukturversagen präsentiere, so möge dies nicht zum Anlass für ungerechtfertigte, das Bauwesen diskriminierende Generalisierungen genommen werden. Insbesondere möge nicht der falsche Eindruck von generell unzureichender Tragsicherheit bzw. mangelnder Gebrauchstauglichkeit von Bauwerken entstehen. Um jedoch vorhersehbare Schadensfälle zu verhindern bzw. die Folgen unvorhersehbarer Katastrophen möglichst klein zu halten, muss sich die wissenschaftliche Forschung mit Schadensfällen auseinandersetzen.

Das erste Beispiel betrifft den Baustoff Stahlbeton und bezieht sich auf den Einsturz dreier je 114 m hoher, aus diesem Baumaterial hergestellter Kühltürme in England im Jahre 1956 während eines orkanartigen Sturms. Die linke Abbildung zeigt den Einsturz eines der drei Kühltürme, während die rechte die Situation nach dem Einsturz der Kühltürme illustriert (Abb. 8).



Einsturz des Kühlturms 2A
in Ferrybridge, England



Kühltürme in Ferrybridge, England,
nach dem Einsturz

Abb. 8: Stahlbeton – Einsturz von Kühltürmen.



Abb. 9: Stahl – Einsturz einer Behelfsbrücke in Bosnien infolge Ausknickens des Obergurts.

Das zweite Beispiel betrifft den Baustoff Stahl und hat den Einsturz einer aus diesem Material bestehenden Behelfsbrücke in Bosnien durch Ausknicken des Obergurts zum Gegenstand. Ursache dieses Einsturzes war die Überlastung durch ein Schwerfahrzeug, für das die provisorische Brücke offensichtlich nicht dimensioniert war (Abb. 9).

Das dritte Beispiel bezieht sich auf den Baustoff Holz. Es betrifft den Einsturz einer aus diesem Baumaterial errichteten Eissporthalle in Bad Reichenhall Anfang Jänner 2006. Ausgelöst wurde er durch eine zwar außergewöhnlich große Schneebelastung, die jedoch kleiner als die der statischen Berechnung zugrunde gelegte Schneelast war. Einer der Einsturzgründe war die durch Feuchtigkeit in der Eissporthalle verursachte erhebliche Schädigung der mit einem Klebstoff aus Harnstoff-Formaldehyd geklebten Verbindungen der Dachkonstruktion (Abb. 10).

Das vierte Beispiel betrifft den Baustoff Asphalt und handelt von Schäden an Straßen zufolge kombinierter Beanspruchung aus Temperatur und Verkehr. Sie bewirken eine Reduktion der Verkehrssicherheit. Ihre Sanierung sowie allfällige damit verbundene Straßensperren verursachen hohe Kosten (Abb. 11).

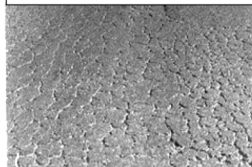


Abb. 10: Holz – Kollaps der Eissporthalle in Bad Reichenhall ausgelöst durch außergewöhnlich große Schneebelastung.

Asphalt – Schäden an Straßen
zufolge kombinierter Beanspruchung aus
Temperatur und Verkehr

- ➡ Reduktion der Verkehrssicherheit
- ➡ Kosten durch Sanierung und Sperre

Ermüdung ($T < 40^{\circ}\text{C}$)



Tieftemperaturreißen ($T < -10^{\circ}\text{C}$)



Spurrinnenbildung ($T > 40^{\circ}\text{C}$)



Abb. 11: Asphalt – Schäden an Straßen zufolge kombinierter Beanspruchung aus Temperatur und Verkehr.

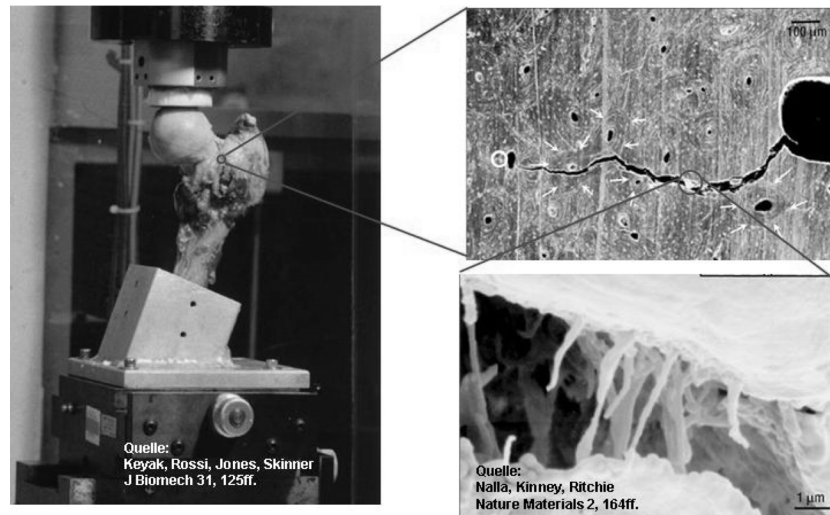


Abb. 12: Biologische Materialien – Knochenbruch.

Das letzte Beispiel wurde aus dem weiten Bereich biologischer Materialien ausgewählt. Es betrifft den Bruch eines menschlichen Knochens. Experimentelle und numerische biomechanische Forschung erfolgt sowohl auf dem Niveau ganzer Knochen – ein solcher ist im linken Bild zu sehen – als auch auf der Ebene der Rissfortpflanzung, worauf sich die beiden rechten Bilder beziehen. Das untere Bild zeigt Kollagenmoleküle, die den Bruchfortschritt durch Brückenbildung über den Riss hinweg zu bremsen scheinen, wodurch die Zähigkeit des Materials erhöht würde (Abb. 12).

4. Grundlagen der Finite-Elemente Methode

Zur rechnerischen Analyse solcher Schadensfälle wird in erster Linie die Finite-Elemente Methode herangezogen. Worum handelt es sich bei diesem numerischen Verfahren, dessen weltweiter Siegeszug parallel zu dem des Digitalcomputers erfolgte, eigentlich? Das will ich im Folgenden in gebotener Kürze am Beispiel der Anwendung dieser Methode auf eine Scheibe erläutern (Abb. 13).

Unter einer Scheibe versteht man ein ebenes Flächentragwerk – siehe das Teilbild links oben – dessen Mittelebene bei der Verzerrung infolge mechanischer und thermischer Beanspruchung eben bleibt. Wollte man den Verschiebungs-, Verzerrungs- und Spannungszustand der am äußeren Rand gestützten und belasteten Scheibe analytisch ermitteln, dann müsste man sie sich aus infinitesima-

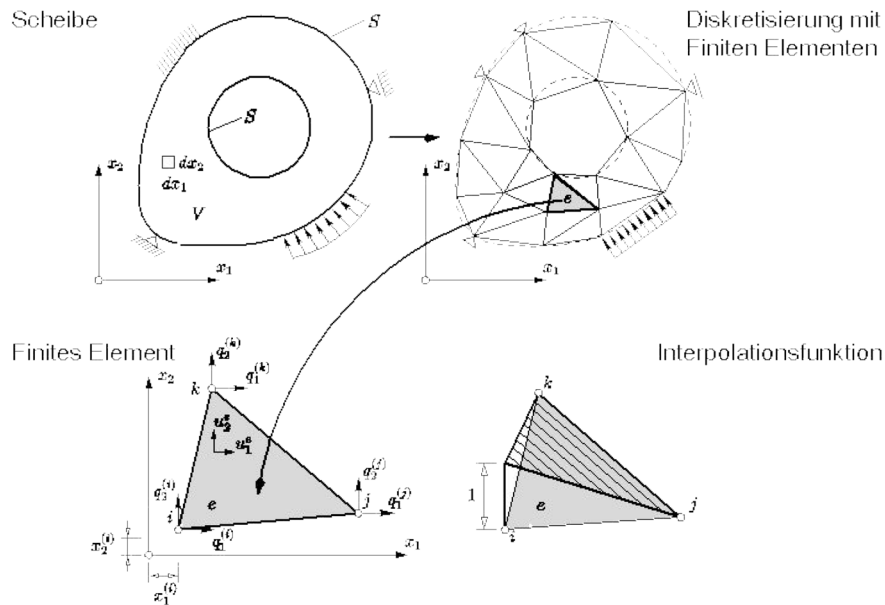


Abb. 13: Grundlagen der Finite-Elemente Methode am Beispiel einer Scheibe (1).

len Elementen – das Teilbild enthält ein solches – zusammengesetzt denken. Das sich ergebende Rand- und Anfangswertproblem wäre allerdings einer analytischen Lösung kaum zugänglich. Begnügt man sich hingegen mit einer numerischen Näherungslösung dieses Problems, dann braucht man sich die Scheibe nur aus finiten – endlichen – Elementen zusammengesetzt zu denken, wie es im Teilbild rechts oben dargestellt ist. Das Teilbild links unten zeigt ein solches Element. Freilich muss jetzt zwischen den gesuchten Knotenpunktverschiebungen des Elements – den lokalen Freiheitsgraden – interpoliert werden. Das Teilbild rechts unten enthält eine typische Interpolationsfunktion. Mit wachsender Anzahl der finiten Elemente nimmt die Genauigkeit der Ergebnisse im Allgemeinen zu.

Beim gedanklichen Übergang von infinitesimalen zu finiten Elementen wird ein System mit unendlich vielen Freiheitsgraden in eines mit einer endlichen Anzahl von Freiheitsgraden übergeführt. Dieser gedankliche Prozess wird Diskretisierung genannt. Die Schwingungsgleichung für eine diskretisierte Scheibe mit n Freiheitsgraden hat, wie die Abbildung zeigt (Abb. 14), dieselbe Bauart wie die für ein System mit bloß einem Freiheitsgrad, gekennzeichnet durch die Masse m , die Dämpfung c und die Federsteifigkeit k . Der Verschiebung q des Einmassenschwingers infolge der Erregerkraft P zum Zeitpunkt t

Vergleich: erregte, gedämpfte Schwingungen eines Systems mit

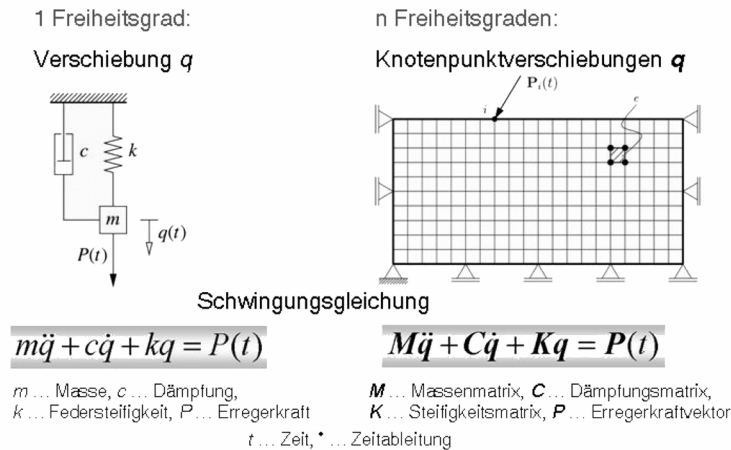


Abb. 14: Grundlagen der Finite-Elemente Methode am Beispiel einer Scheibe (2).

entspricht der Vektor \mathbf{q} der Knotenpunktverschiebungen der diskretisierten Scheibe. Den Größen m , c , k und P beim Einmassenschwinger entsprechen die Massenmatrix \mathbf{M} , die Dämpfungsmatrix \mathbf{C} , die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und der Erregerkraftvektor \mathbf{P} bei der Scheibe. Die drei Matrizen haben jeweils n Zeilen und Spalten. Dementsprechend weist der Vektor \mathbf{P} n Zeilen auf. Dasselbe gilt für die Vektoren \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ und $\ddot{\mathbf{q}}$, wobei Punkte Ableitungen nach der Zeit symbolisieren.

Die erwähnten Matrizen und Vektoren sind strukturbezogen, also global. Sie werden in geeigneter Weise aus elementsbezogenen – lokalen – Matrizen zusammengesetzt. Davon ausgenommen ist die Dämpfungsmatrix, die zumeist als Linearkombination von \mathbf{M} und \mathbf{K} angesetzt wird.

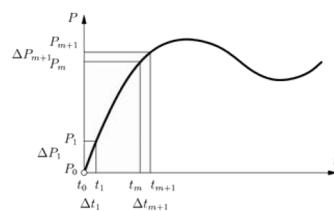
Stillschweigend habe ich mich bis jetzt auf lineare Probleme beschränkt. Wenn aber etwa die Federsteifigkeit k nicht wie beim abgebildeten Einmassenschwinger konstant ist, sondern von der Verschiebung q abhängt, dann liegt ein nichtlineares Problem vor.

Ein solches Problem muss inkrementell-iterativ gelöst werden. Das linke Diagramm (Abb. 15) zeigt ein nichtlineares Last-Zeitdiagramm – die so genannte Belastungsgeschichte – und das darin eingetragene erste und m -te Belastungs- und Zeitinkrement. Das rechte Diagramm bezieht sich auf die mittels des Newton'schen Verfahrens erfolgende iterative Bestimmung des Verschiebungsinkrements Δq_{m+1} für ein System mit einem Freiheitsgrad.

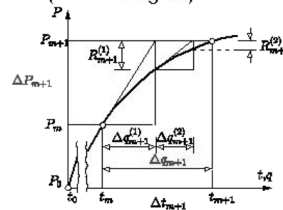
Erweiterung auf nichtlineare Probleme: $k = k(q)$

Lösung: inkrementell – iterativ

Belastungsgeschichte



Newton'sches Verfahren zur iterativen Bestimmung von Δq_{m+1} (1 Freiheitsgrad)



$$n \text{ Freiheitsgrade} \quad \mathbf{K}_T(\mathbf{q}_{m+1}^{(r)}) \Delta \mathbf{q}_{m+1}^{(r+1)} = \mathbf{R}_{m+1}^{(r)} \quad \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, \dots \text{ Inkrement,} \\ r = 0, 1, 2, \dots \text{ Iterationsschritt} \end{array}$$

\mathbf{K}_T ... Tangentensteifigkeitsmatrix
 \mathbf{R} ... Residualer Kraftvektor („Ungleichgewicht“)
 $\Delta \mathbf{q}$... Inkrement der Knotenpunktverschiebungen

Abb. 15: Grundlagen der Finite-Elemente Methode: Erweiterung auf nichtlineare Probleme.

Für ein System mit n Freiheitsgraden erhält man für den Iterationsschritt $r+1$ im Inkrement $m+1$ bei Beschränkung auf statische Beanspruchung ein System linearer algebraischer Gleichungen, in dem \mathbf{K}_T die vom Verschiebungszustand vor diesem Iterationsschritt abhängige Tangentensteifigkeitsmatrix, \mathbf{R} den davor verbliebenen residualen Kraftvektor, der das Ungleichgewicht der inneren und äußeren Kräfte repräsentiert, und $\Delta \mathbf{q}$ das gesuchte Inkrement der Knotenpunktverschiebungen bezeichnet. Die Iteration wird beendet, wenn eine geeignet gewählte Fehlertoleranz unterschritten wird.

Die eingangs angesprochene Dynamik des Fachgebietes Computational Mechanics, die ein Verweilen in einem bestimmten Momentanzustand nicht ratsam erscheinen lässt, manifestiert sich in zwei bedeutenden, irreversiblen Entwicklungstendenzen. In der Fachwelt spricht man von Multi-Scale Formulierungen bzw. Multi-Physics Methoden.

5. Multi-Scale Formulierungen und Multi-Physics Methoden

Worum geht es bei Mehrskalenformulierungen? Ungeachtet ihres makroskopisch homogenen Erscheinungsbildes weisen viele Materialien eine inhomogene Mikrostruktur auf. Sie enthalten verschiedene Bestandteile, die sich auf einer hinreichend kleinen Längenskala unterscheiden lassen. Um den Einfluss der Mikrostruktur auf das makroskopische Verhalten solcher Mate-

Grundprinzip: Homogenisierungsverfahren

Abschätzung makroskopischer („homogenisierter“) Materialkennwerte auf Basis der Eigenschaften mikrostruktureller Bestandteile sowie deren geometrischer Anordnung

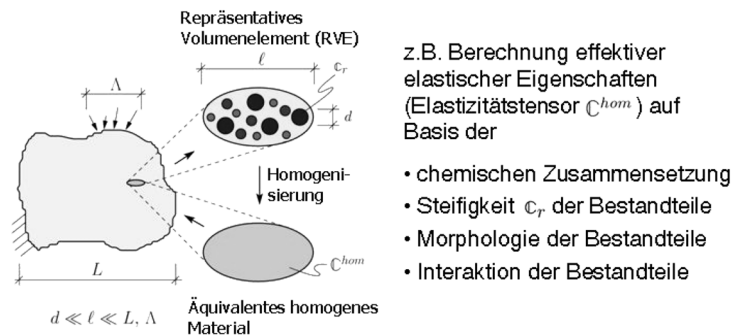


Abb. 16: Multi-Scale Formulierungen.

rialien beurteilen zu können, muss man Homogenisierungsverfahren verwenden (Abb. 16).

Bei solchen Verfahren werden effektive Materialeigenschaften, wie z.B. Festigkeit, Steifigkeit, Wärmeausdehnung, Wärmeleitfähigkeit, bestimmte weitere Transporteigenschaften, elektromagnetische Charakteristika, usw., aus entsprechenden Eigenschaften der einzelnen Bestandteile und aus deren geometrischer Anordnung abgeleitet. Voraussetzung für die Anwendung solcher Verfahren ist die Definierbarkeit eines repräsentativen Volumenelements, abgekürzt RVE. Seine charakteristische Länge ℓ muss zumindest eine Größenordnung kleiner als die charakteristischen Abmessungen L und Δ der untersuchten Struktur bzw. der auf sie einwirkenden Belastung sein. Die entsprechende mathematische Beziehung $d \ll \ell \ll L, \Delta$, in der d für die charakteristische Abmessung der einzelnen Bestandteile steht, wird als „separation-of-scales“-Bedingung bezeichnet. Die Homogenisierung besteht in der Ermittlung eines mechanisch äquivalenten, homogenen Materials für das RVE. Seine Steifigkeit C^{hom} lässt sich beispielsweise mittels der Kontinuumsmikromechanik aus der chemischen Zusammensetzung des RVE, der Steifigkeiten c_r der Einzelbestandteile, ihrer Morphologie – etwa kugelförmig oder zylindrisch – sowie ihrer Interaktion, gekennzeichnet durch eine durchgängige Matrixphase oder aber durch gegenseitigen Kontakt aller Phasen, ermitteln.

Worum handelt es sich bei Multi-Physics Methoden? Es sind dies Verfahren zur Lösung von Problemen, bei denen das Zusammenwirken der Mechanik mit anderen natur- und/oder technikwissenschaftlichen Teilgebieten berücksichtigt werden muss.

Als Beispiel nenne ich thermo-chemo-mechanische Kopplungen, die etwa bei der Entwicklung von Steifigkeit und Festigkeit von jungem Spritzbeton, der insbesondere im Hohlraumbau verwendet wird, eine bedeutende Rolle spielen. Ihre wissenschaftliche Grundlage ist die Thermodynamik chemisch reaktiver poröser Medien. Die makroskopische Beschreibung mikroskopischer Phänomene erfolgt dabei mittels Zustandsvariablen und energetisch konjugierter thermodynamischer Kräfte. In der Evolutionsgleichung für die Hydratation von Spritzbeton stellt der Hydratationsgrad ξ die Zustandsvariable und die von ξ abhängige chemische Affinität A die entsprechende thermodynamische Kraft dar. Im gegenständlichen Fall lässt sich die z.B. mittels der Finite-Elemente Methode erfolgende thermo-chemo-mechanische Analyse in zwei aufeinander folgende Analysen – die thermochemische und die chemomechanische Analyse – auflösen. Bestandteile bzw. Grundlagen der thermochemischen Analyse sind die von ξ abhängige Hydrationswärme L , die im 1. Hauptsatz der Wärmelehre aufscheint, und das Fourier'sche Wärmeleitgesetz. Der Output dieser Analyse – Hydrationsgrad und Temperaturfelder – wird zum Input der anschließenden chemomechanischen Analyse, die Spannungs- und Verzerrungsfelder der untersuchten Struktur – z.B. einer Tunnelschale – liefert.

6. Anwendungen

Im Folgenden will ich über aktuelle Anwendungen der Rechnerunterstützten Numerischen Mechanik an meiner Wirkungsstätte berichten.

6.1 Steinschlag auf eine ölführende Rohrleitung

Die erste Anwendung handelt von Steinschlag auf eine ölführende Rohrleitung (Abb. 17). In der Transalpinen Ölleitung werden 35 Millionen Tonnen Rohöl pro Jahr vom Ölhafen Triest über den Alpenhauptkamm zu süddeutschen Raffinerien befördert. Im Nationalpark Hohe Tauern beträgt der Rohrdurchmesser einen Meter und die Wandstärke 11 Millimeter. Das Rohr ist mit weitabgestuftem sandigen Schotter einen Meter tief eingeschüttet. Die Trasse verläuft teilweise entlang nahezu senkrechter Felswände. Laut Einschätzung von Geologen können Felsblöcke aus einer Höhe von bis zu 100 Metern herabstürzen. Das Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen der Technischen Universität Wien wurde beauftragt, die Sicherheit der Rohrleitung bei auf die Einschüttung auftreffenden Felsblöcken zu untersuchen.

Zur Quantifizierung des Tragverhaltens des Rohres wurde einerseits ein kontinuumsmechanisches Modell entwickelt und andererseits der Eindringvorgang eines auf den Schotterkörper auftreffenden Felsblocks berücksichtigt (Abb. 18).

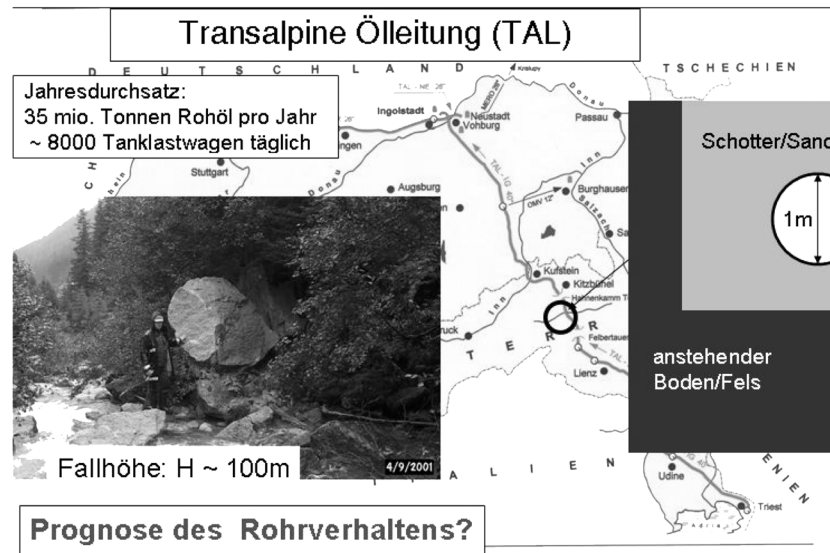


Abb. 17: Steinschlag auf eine Pipeline: Problemstellung.

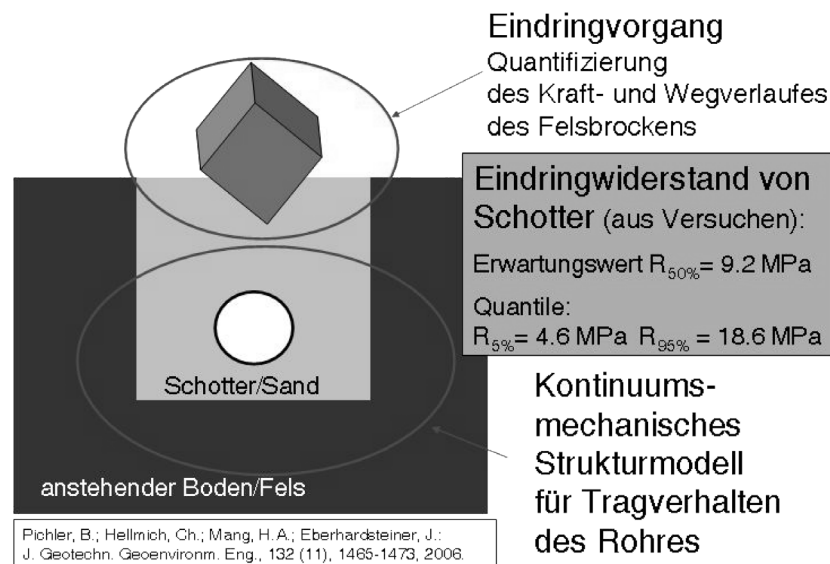


Abb. 18: Steinschlag auf eine Pipeline: Problembehandlung.

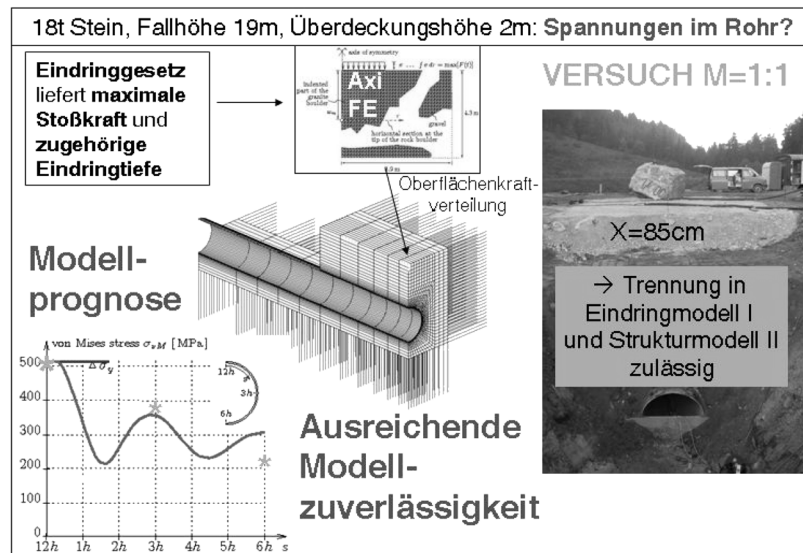


Abb. 19: Steinschlag auf eine Pipeline: Erstellung und Validierung des Rechenmodells.

Um die maximale Stoßkraft und die zugehörige Eindringtiefe prognostizieren zu können, wurden realmaßstäbliche Versuche durchgeführt. Angeregt durch eine Dimensionsanalyse, wurden diese Versuche unter Zuhilfenahme dimensionsloser mathematischer Penetrationsgesetze für Metallprojekte, die in Betonkörper eindringen, ausgewertet. Als Ergebnisse wurden Prognoseformeln sowohl für die Eindringtiefe von Felsblöcken in Schotterkörper als auch für die maximale Stoßkraft erhalten. Mittels einer statistischen Auswertung der durchgeführten Felssturzversuche konnte der Erwartungswert des Eindringwiderstandes des Schotterkörpers sowie dessen 5%- und 95%-Quantil bestimmt werden.

Mit Hilfe einer axialsymmetrischen Finite-Elemente Analyse erhält man eine der maximalen Stoßkraft mechanisch äquivalente Spannungsverteilung (Abb. 19). Die Spannungen stellen Randwerte dar, die für die Finite-Elemente Berechnung eines dreidimensionalen Strukturmodells benötigt werden. Zur Berücksichtigung der Eindringtiefe des Felsblocks wird in dieser Berechnung die reale Überdeckungshöhe des Rohres um die Eindringtiefe des Felsblocks bei Erreichen der maximalen Stoßkraft abgemindert. Da die Dauer des Eindringvorgangs sehr viel größer ist als die Eigenschwingungsdauer der vom Aufprall des Felsblocks betroffenen Struktur, ist eine quasistatische Ermittlung der Rohrbeanspruchung zulässig.

Zur Validierung des Strukturmodells wurde ein Strukturversuch durchgeführt. Ein näherungsweise würfelförmiger Felsblock mit einer Masse von 18 Tonnen

wurde aus einer Höhe von rund 19 Metern derart fallen gelassen, dass er mit einer Spitze oberhalb einer zwei Meter tief eingegrabenen Rohrleitung aufschlug. Der Felsblock drang 85 cm tief in den Schotterkörper ein.

Die mit Hilfe des entwickelten Strukturmodells für dieses Szenario quantifizierte Beanspruchung des Rohres wurde in Form eines Diagramms dokumentiert. Auf der Ordinate ist die Vergleichsspannung nach von Mises aufgetragen. Die Abszisse betrifft eine Umfangskoordinate, deren Zählung am höchsten Punkt der Innenseite des Rohres beginnt und am tiefsten Punkt endet.

Im Strukturversuch wurde an ausgewählten Punkten des Rohres die Beanspruchung während des Eindringvorganges mit Hilfe von Dehnungsmessstreifen ermittelt. Die daraus errechneten maximalen Spannungen stimmen in den Bereichen der größten Rohrbeanspruchung sehr gut mit den vom Strukturmodell vorhergesagten Spannungen überein. Das Strukturmodell kann daher zur Abschätzung der Sicherheit der Rohrleitung bei auf die Einschüttung auftreffenden Felsblöcken verwendet werden.

Um zu zeigen, dass eine Einschüttungstiefe von nur einem Meter keinen ausreichenden Schutz vor Felssturzlasten bietet, wurde ein weiterer Strukturversuch durchgeführt: Der 18 Tonnen schwere Felsblock wurde auf die Einschüttung einer nur ein Meter tief vergrabenen Rohrleitung aus 19 Metern Höhe fallen gelassen (Abb. 20). Dadurch entstanden unmittelbar unterhalb der Aufprallstelle große bleibende Rohrdeformationen. Obwohl das Rohr dicht blieb, sind derartige Verformungen im normalen Betrieb unzulässig.

Der soeben beschriebene Strukturversuch und das validierte Strukturmodell erlauben die Beurteilung des von Geologen prognostizierten „worst case“ Szenarios, in dem ein 10 Tonnen schwerer Felsblock aus einer Höhe von 100 Metern herabstürzt.

Die Beurteilung der Situation bei einer Überdeckungshöhe von einem Meter kann auf Basis der prognostizierten Eindringtiefe erfolgen, die in vorliegendem Diagramm über der Fallhöhe aufgetragen ist. Die strichlierte Kurve entspricht dem Erwartungswert für den Eindringwiderstand des Schotters. Die beiden vollen Kurven beziehen sich auf das 5%- bzw. 95%-Quantil des Eindringwiderstandes. Für 100 Meter Fallhöhe ist eine Eindringtiefe von rund eineinhalb Metern zu erwarten. Die Eindringtiefe ist also größer als die Überdeckung des Rohres. Folglich würde der Stein das Rohr erreichen und zumindest ähnliche, unzulässige Rohrdeformationen wie im zuvor erwähnten Strukturversuch verursachen. Legt man der Berechnung der Eindringtiefe das 95%-Quantil des Eindringwiderstandes des Schotters zugrunde, dann ist die zu erwartende Eindringtiefe zwar kleiner, aber immer noch größer als die vorhandene Überdeckungshöhe. Folglich ist Ölaustritt sehr wahrscheinlich. Ein Meter Überdeckungshöhe ist somit nicht ausreichend, um adäquaten Schutz vor Felssturz zu bieten.

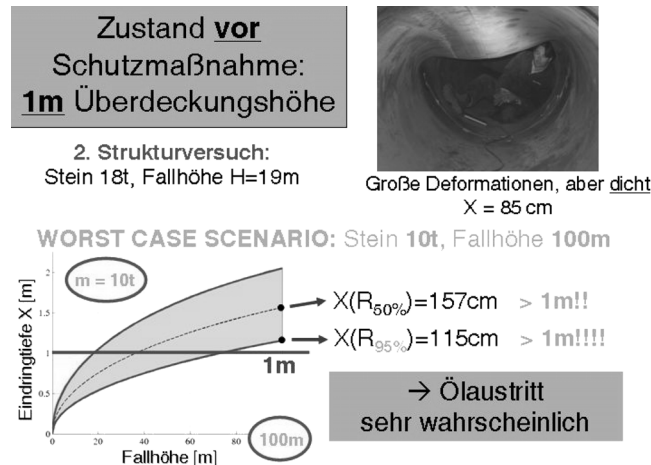


Abb. 20: Steinschlag auf eine Pipeline bei 1m Überdeckungshöhe.

Bei einer Überdeckungshöhe von drei Metern liefert die Finite-Elemente Simulation mit dem zuvor vorgestellten Strukturmodell hingegen Größtwerte der Vergleichsspannung nach von Mises, die deutlich unter der Fließgrenze liegen (Abb. 21). Große Deformationen des Rohrs sind also unwahrscheinlich und Ölaustritt sogar sehr unwahrscheinlich.

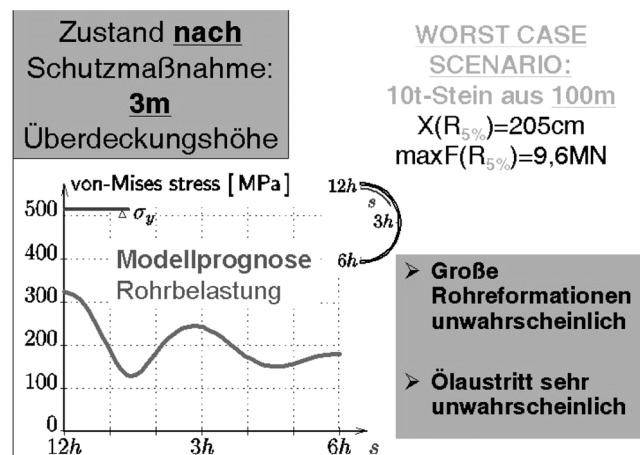


Abb. 21: Steinschlag auf eine Pipeline bei 3m Überdeckungshöhe.

6.2. Verbesserung des Nachbeulverhaltens

Bei der Präsentation von Schadensfällen kam ich auch auf den Einsturz einer Brücke infolge Ausknickens des Obergurts zu sprechen. Bei schlanken Konstruktionen tritt Stabilitätsverlust bereits vor dem Erreichen der Fließgrenze des Materials ein. Es liegt somit Strukturversagen vor.

Die Folgen des Stabilitätsverlustes einer perfekten, d.h. von Planabweichungen freien Struktur, wie sie freilich in der technischen Praxis nicht vorkommt, hängen von ihrem mechanischen Verhalten bei und nach dem Erreichen der Stabilitätsgrenze ab. Dieses ist mit dem mechanischen Verhalten der realen, imperfekten Struktur korreliert. Bei der im linken Teil der Abbildung dargestellten zylindrischen Schale ohne elastische Feder sind die erwähnten Folgen nachteiliger als bei der durch eine solche Feder versteiften Schale von gleicher Form und Belastung, wie sie im rechten Teil der Abbildung gezeigt wird (Abb. 22). Das äußert sich in der Form der Last-Verschiebungskurve nach dem Erreichen der Stabilitätsgrenze S , bei der es sich um einen Verzweigungspunkt handelt. In den beiden Diagrammen bezeichnet λ einen dimensionslosen Lastparameter und w_A die Durchbiegung im Punkt A in Richtung der Einzellast λP . Nach dem Erreichen von S ist zwischen dem strichlierten Primärpfad und der Projektion des als Nachbeulpfad bezeichneten Sekundärpfades in die Zeichenebene zu unterscheiden. Die Feder bewirkt nicht nur eine Anhebung der Stabilitätsgrenze S , sondern auch eine Erhöhung des Anstiegs der erwähnten Projektion des Sekundärpfades in S .

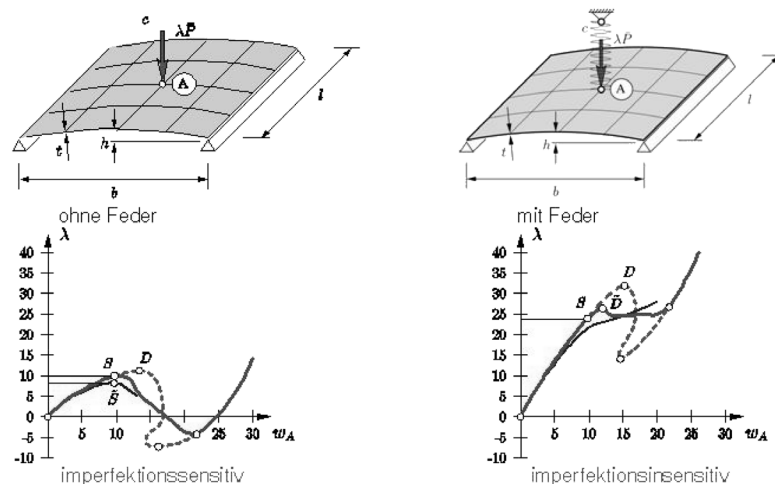
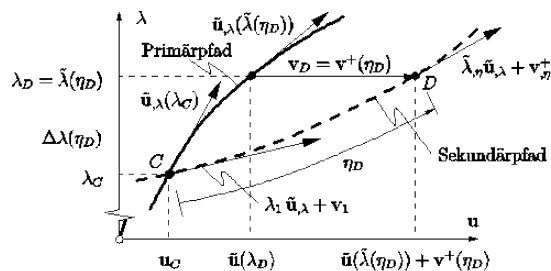


Abb. 22: Verbesserung des Nachbeulverhaltens.

In der technischen Praxis kommt es darauf an, ob die reale Struktur imperfektionssensitiv oder -insensitiv ist. Der qualitative Unterschied dieser beiden Begriffe wird bei einem Vergleich der dritten Kurve in den beiden Last-Verschiebungsdiagrammen klar. Bei gleicher Imperfektion ergibt sich bei der imperfektionssensitiven, federlosen Schale eine nichtmonotone Last-Verschiebungskurve mit dem Punkt \tilde{S} als Maximum des Lastparameters, während man bei der imperfektionsinsensitiven, federversteiften Schale eine monoton ansteigende Last-Verschiebungskurve erhält. Der Punkt \tilde{S} kennzeichnet den Beginn des Durchschlagens der imperfektionssensitiven Schale. Dabei handelt es sich um einen dynamischen Prozess, der infolge von Dämpfung allerdings rasch abklingt.

Durch Konversion einer imperfektionssensitiven in eine imperfektionsinsensitive Struktur lässt sich also Stabilitätsverlust vermeiden. Vergegenwärtigt man sich, dass etwa bei einem von einer Schale überspannten Theatersaal zusätzliche Säulen die Rolle der Feder im vorliegenden akademischen Beispiel übernehmen müssten, dann wird die Problematik unerwünschter architektonischer Konsequenzen einer solchen Konversion ersichtlich.

Für grundlegende Untersuchungen ist die in der Gleichgewichtsbedingung für den Sekundärpfad aufscheinende Funktion G^+ für einen beliebigen Punkt auf diesem Pfad, der hier mit D bezeichnet werden soll, als Taylor'sche Reihe im Verzweigungspunkt C zu entwickeln (Abb. 23). In diese Reihe sind die der Abbildung entnehmbaren asymptotischen Entwicklungen für die Verschiebungs-

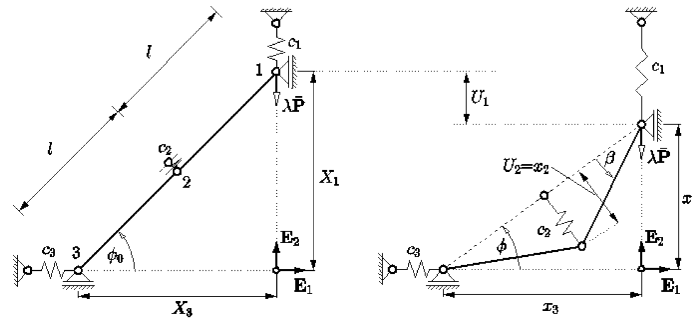


- Entwicklung von $\mathbf{G}^1(\mathbf{v}, \tilde{\lambda})$ in $\mathbf{G}^1(\mathbf{v}, \tilde{\lambda}) = \mathbf{0}$ als Taylor'sche Reihe im Verzweigungspunkt $C(\mathbf{u}_C, \lambda_C)$
- Asymptotische Entwicklungen im Verzweigungspunkt $C(\mathbf{u}_C, \lambda_C)$:

$$\mathbf{v}^+(\eta) = \mathbf{v}_1\eta + \mathbf{v}_2\eta^2 + \mathbf{v}_3\eta^3 + \mathbf{v}_4\eta^4 + \dots$$

$$\Delta\lambda(\eta) = \lambda_1\eta + \lambda_2\eta^2 + \lambda_3\eta^3 + \lambda_4\eta^4 + \dots$$

Abb. 23: Mathematische Beschreibung des initialen Nachbeulverhaltens.



Entwurfsparameter: Federsteifigkeit c_i

Mathematische Bedingungen für den Übergang von Imperfektionssensitivität zu Imperfektionsinsensitivität:

$$\lambda_i = 0, i = 1, 2, \dots \rightarrow \Delta\lambda(\eta) = 0$$

Abb. 24: Gelenkig verbundene, starre Stäbe (System mit zwei Freiheitsgraden).

differenz v^+ zwischen D und dem entsprechenden Punkt auf dem Primärpfad sowie die auf C bezogene Lastdifferenz $\Delta\lambda$ einzutragen. Durch Nullsetzen der Koeffizienten von η, η^2, η^3 , usw., im Ergebnis $-\eta$ stellt den Pfadparameter dar – erhält man Beziehungen, welche die schrittweise Ermittlung von v_1 und λ_1 , v_2 und λ_2 , usw. erlauben.

Eine besondere Form des Übergangs von Imperfektionssensitivität zu Imperfektionsinsensitivität liegt bei einem System mit zwei Freiheitsgraden vor, das aus zwei elastisch gelagerten, gelenkig miteinander verbundenen, starren Stäben besteht (Abb. 24). Belastet wird es mit einer im Punkt 1 vertikal angreifenden Last $\lambda\bar{P}$. Die Federsteifigkeit c_1 stellt den Entwurfsparameter dar. Die mathematischen Bedingungen für den Übergang von Imperfektionssensitivität zu Imperfektionsinsensitivität sind in diesem Fall durch das Verschwinden aller Koeffizienten λ_i im Ausdruck von $\Delta\lambda(\eta)$ gekennzeichnet. Somit wird dieser Ausdruck zu Null.

Die Projektion des Sekundärpfades in die Zeichenebene ist in diesem Fall eine gerade Strecke (Abb. 25). Der bei $c_1 = 1,5$ stattfindende Übergang von Imperfektionssensitivität zu Imperfektionsinsensitivität ist folglich durch eine in dieser Projektion horizontale Strecke gekennzeichnet. Den Last-Verschiebungspfaden sind $\lambda^* - \lambda$ Kurven zugeordnet. Sie sind Teil der Lösung des konsistent linearisierten Eigenproblems. Die vollen Eigenwertkurven betreffen den Verzweigungsmodus und die strichlierten den Durchschlagsmodus. Für $c_1 \approx 5,6$ verschwindet der so genannte Nichtlinearitätsparameter a_1 nicht-trivial. In diesem Fall weist die Eigenwertkurve im Punkt C , der die Stabilitätsgrenze repräsentiert, einen Sattelpunkt auf.

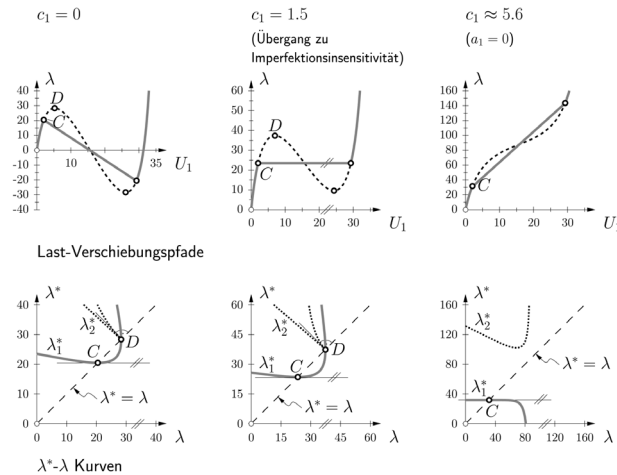


Abb. 25: Konversion einer imperfektionssensitiven in eine imperfektionsinsensitive Struktur.

6.3. Thermo-chemo-mechanische Kopplungen bei der Entwicklung von Steifigkeit und Festigkeit jungen Spritzbetons

In Computational Mechanics bloß ein Werkzeug zur numerischen Lösung mechanischer Probleme zu erblicken, hieße den starken Synergieeffekt verkennen, der von der zunehmenden Verflechtung von Mechanik und Werkstoffwissenschaft ausgeht. Moderne Werkstoffwissenschaft ohne adäquate mechanische Modellierung bliebe ebenso Stückwerk wie zeitgemäße Mechanik ohne angemessene Erfassung von Prozessen, die beobachtbare Phänomene im Materialverhalten bestimmen bzw. verändern.

Lassen Sie mich, meine sehr geehrten Damen und Herren, dort fortsetzen, wo ich bei der Erläuterung der Grundlagen von Multi-Scale Formulierungen und Multi-Physics Methoden stehen geblieben bin. Es waren dies thermo-chemo-mechanische Kopplungen bei der Entwicklung von Steifigkeit und Festigkeit jungen Spritzbetons. Die folgenden Überlegungen sollen allerdings nicht auf diese spezielle Betonart beschränkt bleiben.

Beton ist in der Regel Umwelteinflüssen, wie etwa Temperaturschwankungen und dem Transport aggressiver Fluide, ausgesetzt. Eine realitätsnahe Beschreibung des Materialverhaltens erfordert neben der Einbeziehung unterer Wirkungsebenen im Rahmen der Multi-Scale Modellierung die Erfassung der Bauteil- bzw. Strukturverformung, der Temperaturverteilung sowie etwaiger Transportprozesse (Abb. 26). Es liegen also mehrere Variablenfelder vor. Zur Lösung des kombinierten Mehrskalen- und Mehrfeldproblems ist folglich neben der Multi-Scale Modellierung ein Multi-Field Ansatz erforderlich.

Beton: poröser Werkstoff, dessen Festigkeit und Steifigkeit im Zuge der Hydratation entsteht

... zeitabhängige mechanische Eigenschaften
... Transport (aggressiver) Fluide

Berücksichtigung der wesentlichen Prozesse in ihren Wirkungsebenen:

⇒ Lösung des Multi-Scale - Multi-Field-Problems

Beispiel:

Thermo-chemo-
mechanische
Kopplungen

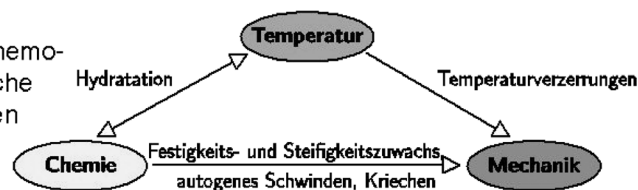


Abb. 26: Thermo-chemo-mechanische Kopplungen von Beton.

Bei der Hydratation jungen Betons kommt es zu einer *Temperaturerhöhung* im Bauteil und in weiterer Folge zu einer Verbesserung der *mechanischen* Eigenschaften des Betons. Andererseits beeinflusst die Temperatur die *chemische* Reaktion zwischen Zement und Wasser. Temperaturverzerrungen bewirken eine zusätzliche *mechanische* Beanspruchung der Struktur. Bei jungem Beton stehen also die Felder *Chemie*, *Temperatur* und *Mechanik* miteinander in Wechselwirkung. Die Berücksichtigung dieser Interaktion kennzeichnet die problem-spezifische Multi-Physics Methode.

Infolge Hydratation ändert sich die Materialzusammensetzung des jungen Betons. Bei der vorliegenden Multi-Scale Modellierung wird diese Änderung auf den beiden untersten Ebenen – der Hydrat- bzw. Klinkerebene und der Zementsteinebene – berücksichtigt (Abb. 27). Zusätzlich zu diesen beiden Betrachtungsebenen weist das abgebildete Multi-Scale Modell für jungen Beton zwei weitere Betrachtungsebenen – die Mörtel- und die Makroebene – auf. Die makroskopischen Materialeigenschaften werden mittels geeigneter mathematischer Homogenisierungsverfahren auf Basis der Morphologie der Einzelbestandteile und ihrer mechanischen Eigenschaften auf den drei unteren Betrachtungsebenen erhalten.

Die Identifizierbarkeit dieser Eigenschaften wurde durch jüngere Entwicklungen auf dem Gebiet der Nanoindentation wesentlich erleichtert (Abb. 28). Bei der Nanoindentation – siehe das Bild rechts oben in Abb. 28 – dringt eine dia-

Multi-Scale Modell

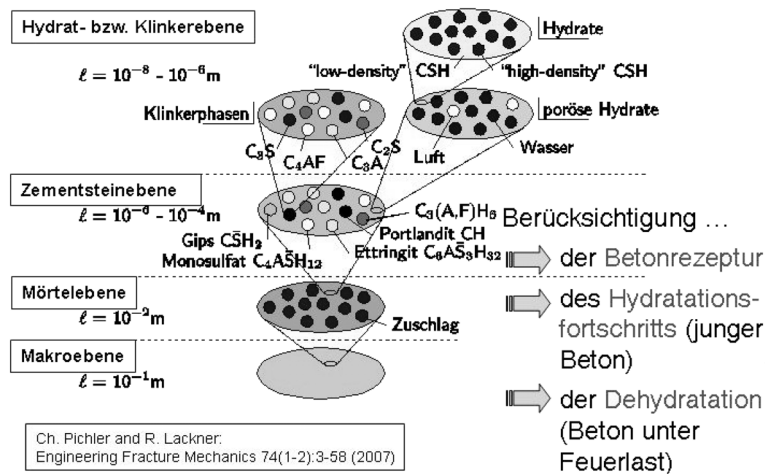
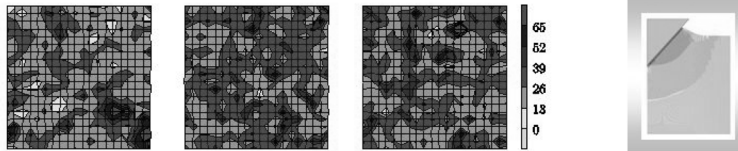


Abb. 27: Multi-Scale Modellierung von Beton.

Identifizierungsversuche

Nanoindentation: Elastizitätsmodell für Zemente mit verschiedenen Mahlfineinheiten (3000, 3890, 4850 cm^2/g)



Validierungsversuche

Beispiel: Spritzbeton mit ...
 Wasser/Zement-Wert = 0.48
 Mahlfineinheit = 4895 cm^2/g
 Volumenanteil der Aggregate = 70 %
 (Homogenisierung mittels Kontinuumsmikromechanik)

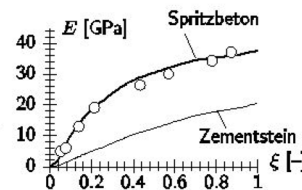


Abb. 28: Identifizierung und Validierung des Multi-Scale Modells für Beton.

mantene Spitze von gegebener Form in die Oberfläche des Betons ein. Dabei werden Kraft und Eindringung als Funktionen der Zeit aufgezeichnet. Aus den

Aufgabenstellung:

Bestimmung der Auslastung der Spritzbetonschale im Zuge des Tunnelvortriebs

Methode:

Multi-Scale - Multi-Field Berechnung bei Verwendung von Verschiebungsmessungen (hybride Methode)

**Ergebnis:**

Zeitliche Entwicklung der Auslastung (Lainzertunnel)

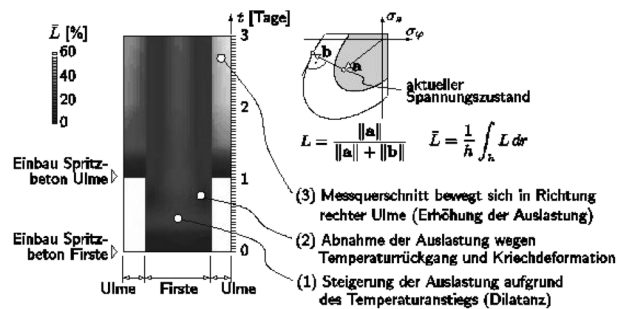
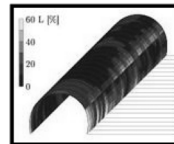


Abb. 29: Auslastung der Spritzbetonschale im Zuge des Tunnelvortriebs.

erhaltenen Kraft-Eindringungskurven lassen sich elastische und viskose Charakteristika sowie Festigkeitseigenschaften bestimmen. Aufgrund der Heterogenität des Betons werden für die statistische Auswertung Indentationsversuche in den Punkten eines quadratischen Rasters durchgeführt. Die drei Konturplots zeigen die Verteilung des Elastizitätsmoduls über die gerasterte Oberfläche für drei Zemente mit verschiedenen Mahlfeinheiten. Der Abstand zweier benachbarter Rasterpunkte beträgt fünf Mikrometer. Mit den solcherart ermittelten Eigenschaften lassen sich die elastischen Eigenschaften von Beton auf Basis seiner Zusammensetzung durch Homogenisierung bestimmen. Die Qualität der Prognose elastischer Eigenschaften wird in Validierungsversuchen überprüft. Wie das Bild rechts unten in Abb. 28 zeigt, stimmt der für einen typischen Spritzbeton prognostizierte Elastizitätsmodul in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad gut mit experimentell ermittelten Werten des Elastizitätsmoduls überein.

Das vorgestellte Multi-Scale Modell für Beton wurde in ein hybrides – experimentelles und numerisches – Verfahren zur Bestimmung der Auslastung von Spritzbetonschalen beim Tunnelvortrieb implementiert (Abb. 29). Mittels dieses Modells werden im Rahmen des erwähnten Verfahrens die elastischen Eigenschaften sowie das Kriech- und Schwindverhalten des Spritzbetons bestimmt. Auf diese Weise fließen die jeweilige Materialzusammensetzung und die Baustellenverhältnisse in die Berechnung ein. Zwischen den in einzelnen Punkten der Tunnelbauung gemessenen Verschiebungen wird interpoliert. Damit

stehen die zeitlich veränderlichen Randwerte zur numerischen Ermittlung des zeitlich variablen Verformungs- und Spannungszustandes in der Schale durch Lösung einer kombinierten Rand- und Anfangswertaufgabe zur Verfügung. Bei Kenntnis der zeitlichen Entwicklung des Spannungszustandes lässt sich die Evolution des Auslastungsgrades bestimmen. Dieser ist durch den Abstand des Punktes *a* im rechten unteren Bild von dem auf der Versagenskurve gelegenen Punkt *b* gekennzeichnet. Der Punkt *a* repräsentiert den Spannungszustand im betrachteten Punkt der Spritzbetonschale. Die Versagenskurve stellt den geometrischen Ort aller kritischen Spannungszustände dar. Ihre Form hängt vom gewählten Materialmodell ab. Ein Auslastungsgrad von 100 % signalisiert Materialversagen.

Das linke und das mittlere Bild in Abb. 29 zeigen den zeitlichen Verlauf der Verteilung des Auslastungsgrades über einen bestimmten Querschnitt beim Vortrieb eines Eisenbahntunnels am Stadtrand Wiens, wobei zuerst nur an der Firste und erst später an den Ulmen ausgebrochen und mit Spritzbeton gesichert wurde. Mit den mittels des Multi-Scale Modells bestimmten elastischen und viskosen Materialeigenschaften wird die Berechnung als Multi-Field Analyse durchgeführt. Auf diese Weise lässt sich etwa der Temperaturanstieg in der Spritzbetonschale in der Frühphase der Hydratation realitätsnahe abbilden und die daraus resultierende Steigerung der Auslastung wirklichkeitsnahe quantifizieren. Die stark ausgeprägte Kriechfähigkeit des jungen Spritzbetons führt zu einem raschen Abbau der in der Schale anfänglich aufgebauten Druckbeanspruchung, die eine Verringerung der Auslastung nach sich zieht.

Bei der Hydratation nehmen Steifigkeit und Festigkeit von Beton infolge Bildung von Hydratationsprodukten zu. Bei Temperaturbelastung nehmen diese mechanischen Größen hingegen infolge Dehydratation dieser Reaktionsprodukte stark ab. Dieser Eigenschaft von Beton kommt bei Feuerbelastung in Hohlraumbauten, die durch einen raschen Temperaturanstieg und Größtwerte der Temperatur von über 1000° C gekennzeichnet ist, entscheidende Bedeutung zu. Die schnelle Ausdehnung des verdampfenden Wassers im Beton führt nicht nur zur Zerstörung des Betongefüges, sondern auch zum Abplatzen oberflächennaher Betonschichten. Die Modellierung des entsprechenden Druckanstiegs im Porenraum des erhitzten Betons sowie die Veränderung der mechanischen Eigenschaften des Betons erfordert wiederum einen Mehrskalen-Mehrfeld Ansatz (Abb. 30).

Besondere Kennzeichen der Berechnung sind die Modellierung der Spritzbetonschale als Stabwerk und die Berücksichtigung von Transportprozessen bei der Verdampfung von Wasser. Eines der durch numerische Simulation einer feuerbeanspruchten eingleisigen Tunnelröhre erhaltenen Ergebnisse ist der Abb. 30 links unten dargestellte Verlauf der Firstverschiebung im untersuchten Tunnelquerschnitt für vier verschiedene Abplatzszenarien, die sich durch verschiedene finale Abplatztiefen voneinander unterscheiden. Kollaps der Tunnelschale

Fragestellung:

Sicherheit von Hohlraumbauten unter Feuerlast

Methode:

- Modellierung der Schale als Stabwerk-System
- Berücksichtigung von Transportprozessen (Wasser, Wasserdampf)
- Multi-Scale - Multi-Field Berechnung

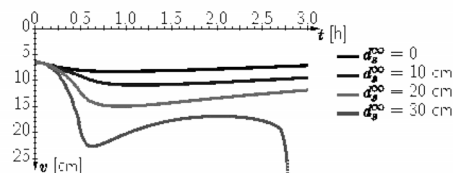
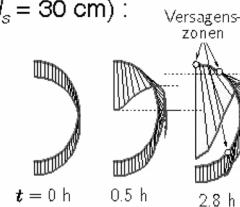
**Ergebnis:**Firstverschiebung v für verschiedene finale AbplatztiefenVersagensmechanismus ($d_s = 30$ cm) :

Abb. 30: Sicherheit von Hohlraumbauten unter Feuerlast.

ergibt sich laut Rechnung bei einer finalen Abplatztiefe von 30 cm. Er ist durch eine rasch ansteigende Firstverschiebung gekennzeichnet. Der im Bild rechts unten dargestellte entsprechende Kollapsmechanismus weist drei Versagenszonen auf.

7. Ausblick und Schluss

Hohe Festversammlung! Würd' man in Computational Mechanics je zum Augenblicke sagen: Verweile doch! du bist so schön! dann liefe man Gefahr, in Selbstzufriedenheit zu verfallen und in weiterer Folge die Zukunftsperspektiven dieses umfassenden, in ständiger Fortentwicklung begriffenen Fachgebiets nicht mehr klar zu erkennen.

Wie aber wird sich die nähere Zukunft dieser ingenieurwissenschaftlichen Grundlagendisziplin, die zugleich eine bedeutende technologische Speerspitze repräsentiert, eigentlich gestalten?

Die Vernetzung der Mechanik mit anderen natur- und technikwissenschaftlichen Fachgebieten wird in steigendem Maße zur unabdingbaren Voraussetzung für die Lösung anspruchsvoller technischer Probleme werden. Multi-physics wird von einem heute mitunter überstrapazierten Schlagwort zu einem aus der Computational Mechanics nicht mehr wegzudenkendem Begriff mutieren. Ab-

zuwarten bleibt, ob das Auswirkungen auf universitäre Strukturen haben wird. Stärker grundlagenbezogene Rechenmodelle werden Konzepte, die hauptsächlich empirisch begründet sind, weiter zurückdrängen. Mehrskalenformulierungen werden zum besseren Verständnis dessen, „was die Welt“ technischer Konstruktionen „im Innersten zusammenhält“ entscheidend beitragen. Wesentlich leistungsfähigere mathematische Verfahren und auf ihnen beruhende Algorithmen als wir sie heute kennen, werden das Potential von Modellen, die auf Multi-physics Methoden und/oder Multiscale-Formulierungen beruhen, ausschöpfen. Ungeachtet der Realisierbarkeit des Traums vom Quantencomputer wird die Leistungsfähigkeit der Rechner weiter steigen. Nicht zuletzt wird die experimentelle Validierung numerischer Ergebnisse immer mehr zur Regel werden.

Welchen Schluss erlaubt dieser Ausblick in die Zukunft der Rechnerunterstützten Numerischen Mechanik?

Zur Beantwortung dieser Frage greife ich einerseits auf die Urfassung der Schlussrede Fausts zurück und nehme andererseits auf den Vortragstitel Bezug. Die Antwort lautet dann kurz und bündig: **In Computational Mechanics darf nie zum Augenblick man sagen: „Verweile doch! du bist so schön!“**

8. Danksagung

Herzlichen Dank für die tatkräftige Unterstützung bei der Vorbereitung dieses Vortrags sage ich dem Vorstand des Instituts für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen der Technischen Universität Wien, Herrn Prof. Josef Eberhardsteiner, der mir die Ehre seiner Anwesenheit bei der heutigen Feier erweist, sowie den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern am genannten Institut, insbesondere Herrn Dr. Friedrich Firneis, Herrn Prof. Christian Hellmich, Frau Dr. Karin Hofstetter, Herrn Prof. Roman Lackner, hauptberuflich an der Technischen Universität München tätig, Herrn Dipl.-Ing. Herbert Müllner, Herrn Dr. Bernhard Pichler *und nicht zuletzt* Frau Mag. Martina Pöll.

Meine sehr geehrten Damen und Herren, ich danke Ihnen für Ihre Aufmerksamkeit.

9. Bildnachweise

Abb. 1: Faust: Der Tragödie erster Teil, Studierzimmer (2); Besiegelung des Pakts mit Mephistoles.

Abb. 2: Goethe und Gauß.

Abb. 3: Kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien.

Abb. 4: Einladung zur Feierlichen Eröffnungs-Sitzung der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien im Jahre 1848.

- Abb. 5: Dankbrief von Gauß nach seiner Wahl zum Ehrenmitglied der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien.
- Abb. 6: Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen der Technischen Universität Wien.
- Abb. 7: Wegbereiter der Rechnerunterstützten Numerischen Mechanik.
- Abb. 8: Stahlbeton – Einsturz von Kühltürmen.
- Abb. 9: Stahl – Einsturz einer Behelfsbrücke in Bosnien infolge Ausknickens des Obergurts.
- Abb. 10: Holz – Kollaps der Eissporthalle in Bad Reichenhall ausgelöst durch außergewöhnlich große Schneebelastung.
- Abb. 11: Asphalt – Schäden an Straßen zufolge kombinierter Beanspruchung aus Temperatur und Verkehr.
- Abb. 12: Biologische Materialien – Knochenbruch.
- Abb. 13: Grundlagen der Finite-Elemente Methode am Beispiel einer Scheibe (1).
- Abb. 14: Grundlagen der Finite-Elemente Methode am Beispiel einer Scheibe (2).
- Abb. 15: Grundlagen der Finite-Elemente Methode: Erweiterung auf nichtlineare Probleme.
- Abb. 16: Multi-Scale Formulierungen.
- Abb. 17: Steinschlag auf eine Pipeline: Problemstellung.
- Abb. 18: Steinschlag auf eine Pipeline: Problembehandlung.
- Abb. 19: Steinschlag auf eine Pipeline: Erstellung und Validierung des Rechenmodells.
- Abb. 20: Steinschlag auf eine Pipeline bei 1m Überdeckungshöhe.
- Abb. 21: Steinschlag auf eine Pipeline bei 3m Überdeckungshöhe.
- Abb. 22: Verbesserung des Nachbeulverhaltens.
- Abb. 23: Mathematische Beschreibung des initialen Nachbeulverhaltens.
- Abb. 24: Gelenkig verbundene, starre Stäbe (System mit zwei Freiheitsgraden).
- Abb. 25: Konversion einer imperfektionssensitiven in eine imperfektionsinsensitive Schale.
- Abb. 26: Thermo-chemo-mechanische Kopplungen von Beton.
- Abb. 27: Multi-Scale Modellierung von Beton.
- Abb. 28: Identifizierung und Validierung des Multi-Scale Modells für Beton.
- Abb. 29: Auslastung der Spritzbetonschale im Zuge des Tunnelvortriebs.
- Abb. 30: Sicherheit von Hohlraumbauten unter Feuerlast.